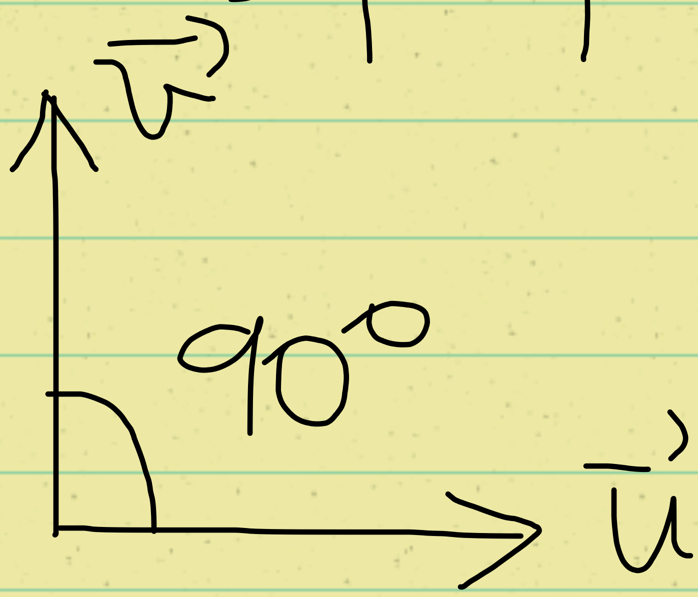
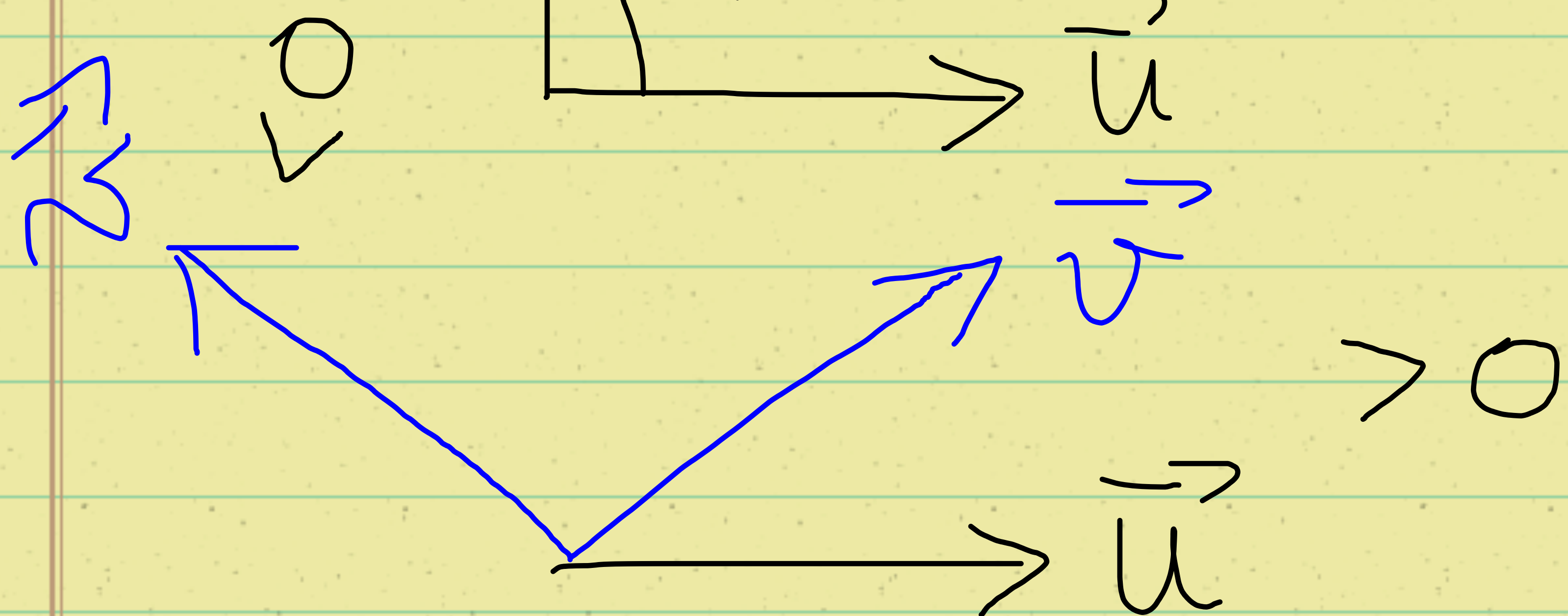
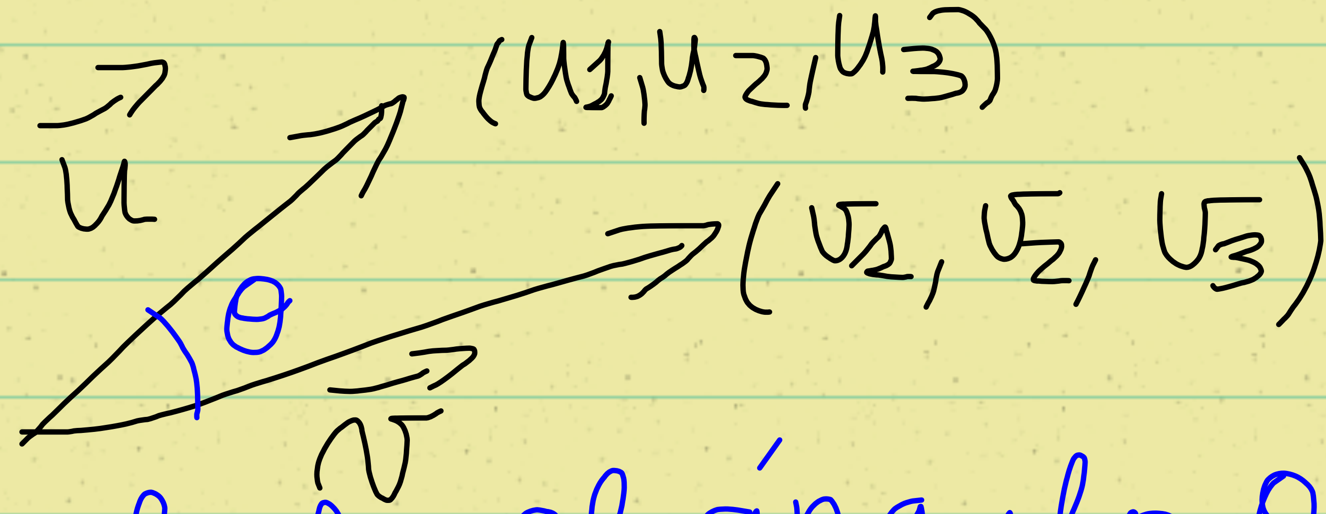
Si $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = 0$

entonces $\vec{u}$ es perpendicular a $\vec{v}$







¿Cómo calculo el ángulo θ?

$$\boxed{\cos\theta = \frac{u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|}}$$

Al numerador

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \langle \vec{u}, \vec{v} \rangle := u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$$

producto escalar o producto punto de dos vectores

$$\boxed{\vec{u} \cdot \vec{v} = \langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cos\theta}$$

Si $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = \underline{1}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \cos\theta$$

Estrategia para resolver el problema

(a) Busco un vector en la dirección de $(1,2,3)$ con módulo 1.

(b) Multiplico por 2 ese vector.

$$\|(1,2,3)\| = \sqrt{14}$$

$$\left\|\left(\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}\right)\right\| = \left\|\frac{1}{\sqrt{14}}(1,2,3)\right\|$$

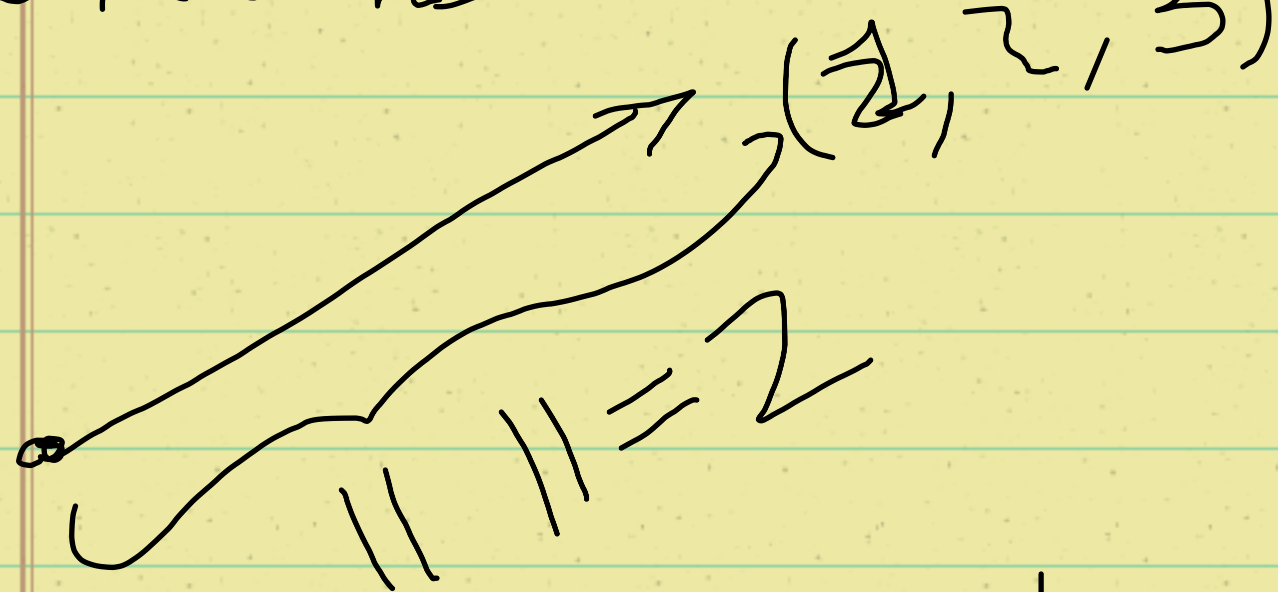
$$2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}\right) \qquad = \frac{1}{\sqrt{14}}\|(1,2,3)\|$$

$$\boxed{\left(\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{4}{\sqrt{14}}, \frac{6}{\sqrt{14}}\right)} \qquad = \frac{1}{\sqrt{14}} \cdot \sqrt{14} = 1$$

tiene módulo 2 y está en la dirección de $(1,2,3)$.

$(1,2,3)$ me muevo
esta dirección

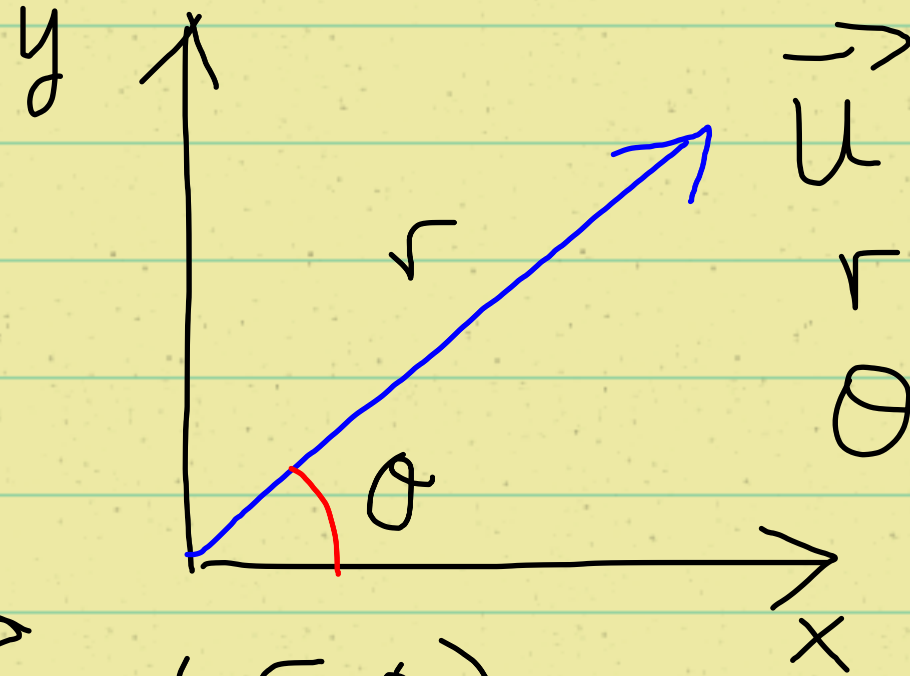
2 Newtons



Busco un vector en la dirección del vector $(1,2,3)$ y con módulo igual a 2.

$$\|(u_1,u_2,u_3)\| = \sqrt{u_1^2+u_2^2+u_3^2} = 1$$

$$\|\alpha(u_1,u_2,u_3)\| = \sqrt{\alpha^2}\;\|\vec{u}\|$$
$$= |\alpha|\;\|\vec{u}\|$$
$$= |\alpha|$$

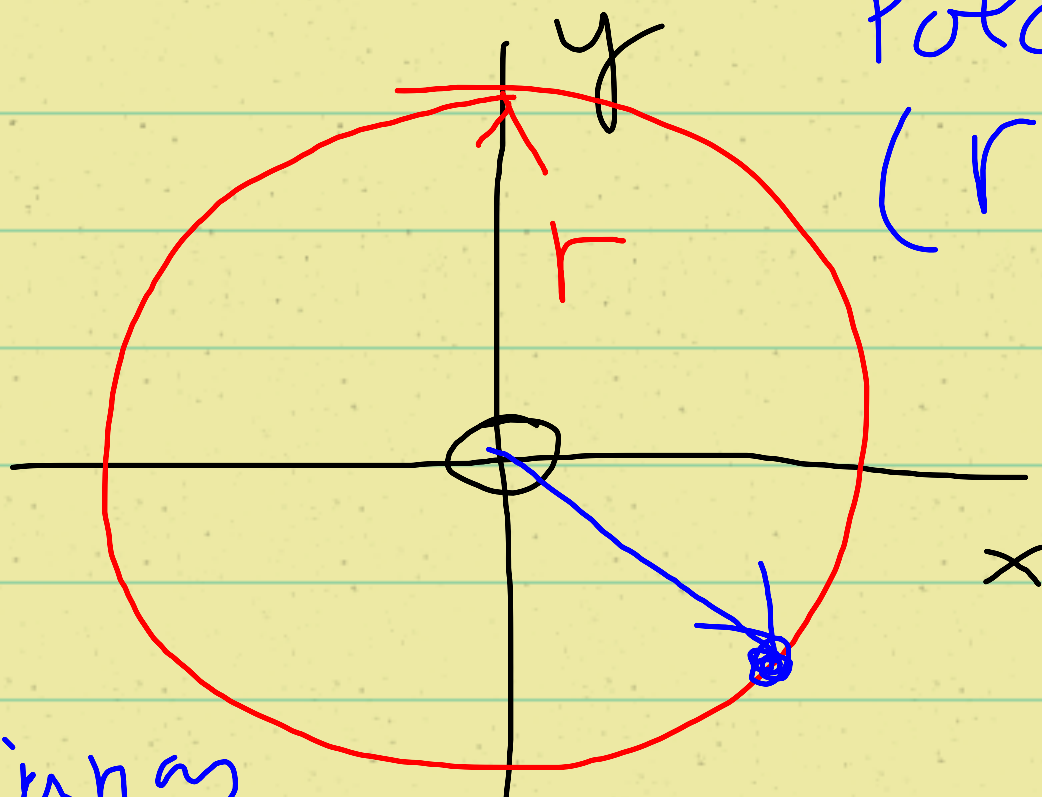


$r = \|\vec{u}\|$

$\theta =$

$\vec{u} = (r, \theta)$ en coordenadas polares

$\vec{u} = (r\cos\theta, r\,\text{sen}\,\theta)$



Polares

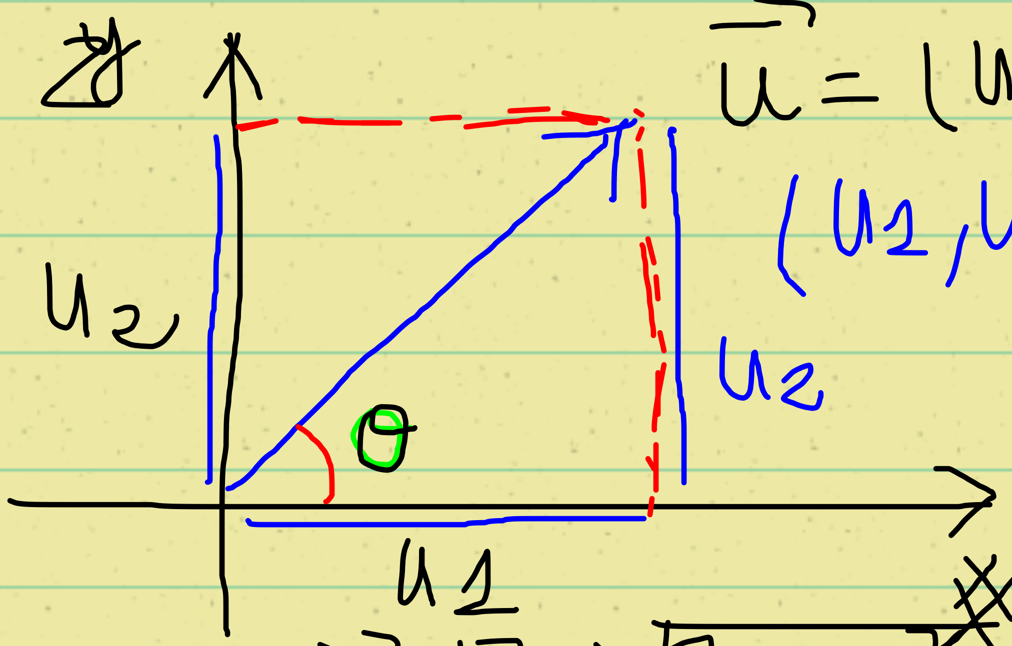
$(r(t), \theta(t))$

$r(t) = r$

cartesianas

$(r\cos\theta(t), r\,\text{sen}\,\theta(t))$

Componentes cartesianas y polares en el plano



$\vec{u} = (u_1, u_2, 0)$

(u_1, u_2)

T. Pitágoras $\|\vec{u}\|^2 = u_1^2 + u_2^2$

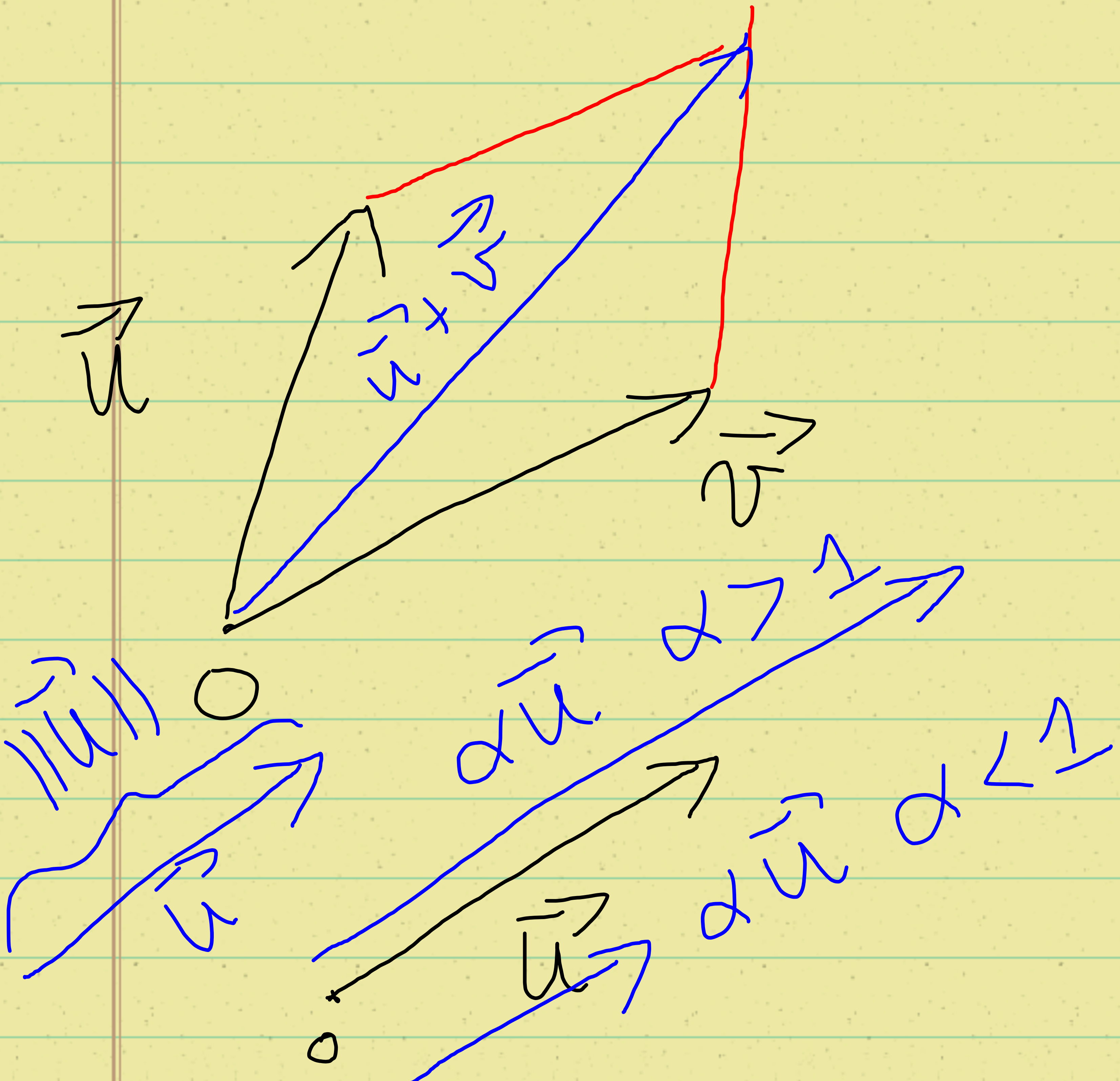
¿Cómo relacionar θ con u_1, u_2?

$$u_1 = \|\vec{u}\| \cos\theta$$

$$u_2 = \|\vec{u}\| \operatorname{sen}\theta$$

$$\vec{u} = (\|\vec{u}\|\cos\theta, \|\vec{u}\|\operatorname{sen}\theta)$$

Coordenadas de $\vec{u}$ en polares



Todo vector tiene magnitud y dirección

$$\|\vec{v}\| := \|(x,y,z)\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\|(1,2,3)\| = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}$$

módulo o norma del vector

Ejemplos

$$(1,2,3)+(4,5,6)=(5,7,9)$$

$$\left(\frac{1}{4},\frac{3}{2},\frac{5}{6}\right)+(1,-1,1)=\left(\frac{5}{4},\frac{1}{2},\frac{11}{6}\right)$$

$$3(1,2,3)=(3,6,9)$$

$$\frac{2}{3}(1,2,3)=\left(\frac{2}{3},\frac{4}{3},2\right)$$

$$\sqrt{2}\left(\frac{1}{2},3,1\right)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},3\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$$

$$(2,1,0)+(3,3,0)=(5,4,0)$$

$$\sqrt{2}(3,3,0)=(3\sqrt{2},3\sqrt{2},0)$$

$$(2,0,0)+(1,0,0)=(3,0,0)$$

$$\sqrt{2}(2,0,0)=(2\sqrt{2},0,0)$$

(a) ~~M~~ Movimiento plano

$(x,y,0)+(x',y',0)$

$=(x+x',\ y+y',0)$

$\alpha(x,y,0)=(\alpha x,\alpha y,0)$

(b) Movimiento en un eje

$(x,0,0)+(x',0,0)=(x+x',0,0)$

$\alpha(x,0,0)=(\alpha x,0,0)$

(c) En general

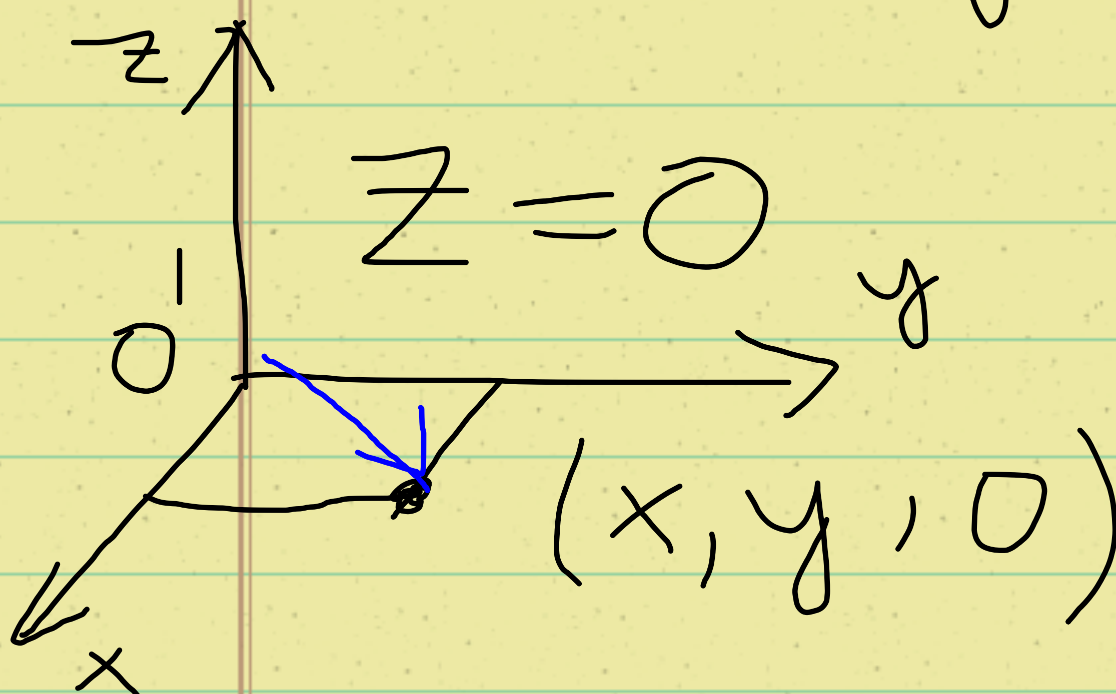
$(x,y,z)+(x',y',z')=(x+x',y+y',z+z')$

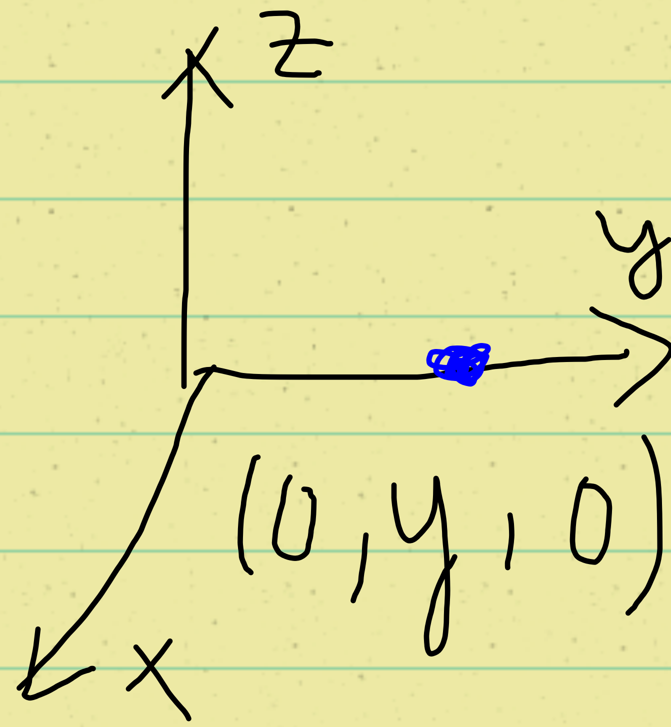
$\alpha(x,y,z)=(\alpha x,\alpha y,\alpha z)$

Vectores

Un vector en el espacio de tres dimensiones es una terna de números reales

$$\vec{v} = (x, y, z)$$

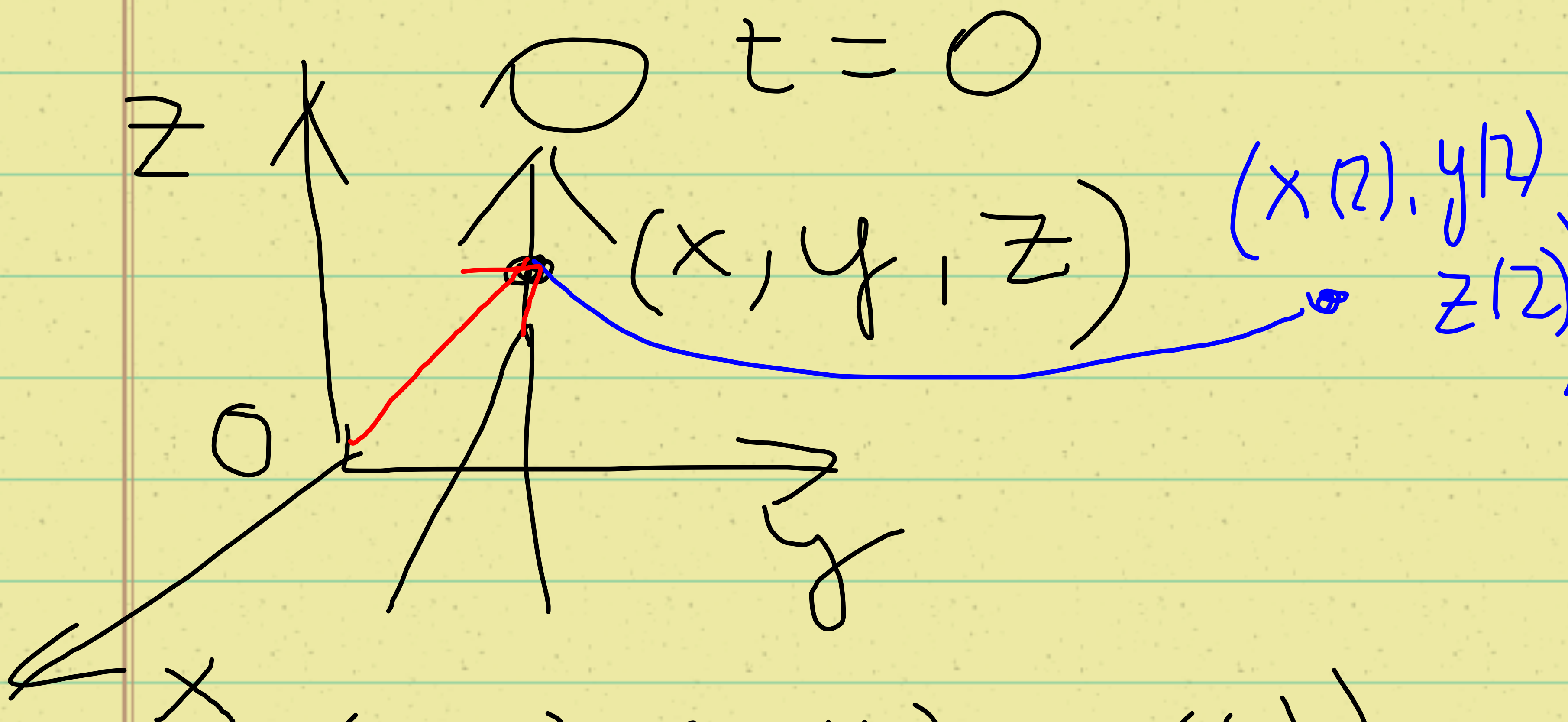




(a) Si me desplazo en un plano siempre una coordenada es cero.

(b) Si me desplazo sobre un eje dos coordenadas serán 0

TEMA 3: Cinemática en 2 y 3 dimensiones.



$(x(t), y(t), z(t))$

$\vec{r} = (x, y, z)$